

## Κεφάλαιο 3

### ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

#### 3.1. Εισαγωγή

Δεν μπορούμε να παραθέσουμε τα στοιχεία που συλλέξαμε με την μορφή που τα συλλέξαμε και σίγουρα και όχι λόγω του όγκου τους. Για τον λόγο αυτό υπάρχουν οι κατάλληλες διαδικασίες παρουσίασης των στατιστικών στοιχείων μιας έρευνας.

Ύστερα από την επεξεργασία τη μηχανογραφική οργάνωση και την ταξινόμηση των στατιστικών στοιχείων ακολουθεί το στάδιο της συνοπτικής παρουσίασης των συγκεντρωθέντων στοιχείων κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να διευκολύνει την ανάλυση των στοιχείων για την εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων.

Η παρουσίαση γίνεται με τρεις τρόπους:

- ✓ Με τη μορφή **στατιστικών πινάκων**
- ✓ Με τη μορφή **γραφικών παραστάσεων**
- ✓ Με τη μορφή **εκθέσεων ή αναφορών**

Η παρουσίαση των στατιστικών στοιχείων με μορφή πινάκων ή γραφικών παραστάσεων γίνονται με κριτήρια που εξαρτώνται από τη φύση του πληθυσμού. Τα κριτήρια της ταξινόμησης είναι:

1. *γεωγραφικά,*
2. *χρονολογικά*
3. *ποιοτικά και*
4. *ποσοτικά*

#### 3.2 Στατιστικοί πίνακες

Στους πίνακες τοποθετούνται οι πληροφορίες της έρευνας σε στήλες και γραμμές ώστε να είναι εύκολη η ανάγνωση η κατανόησή τους λόγω συνοπτικής εμφάνισης.

Δύο κατηγορίες πινάκων έχουμε:

- **Τους λεπτομερείς** ή γενικούς πίνακες που περιέχουν κάθε διαθέσιμη πληροφορία και αποτελούν πηγές άντλησης στατιστικών στοιχείων. Δημιουργούνται δε κατά τη διάρκεια της πινακοποίησης των δεδομένων που συλλέχτηκαν. Περιλαμβάνει πληροφορίες για όλα τα χαρακτηριστικά της έρευνας και για όλο το πληθυσμό ή όλο το δείγμα.
- **Τους συνοπτικούς** ή ειδικούς πίνακες που είναι μικροί περιεκτικοί και συνήθως παίρνονται από τους λεπτομερείς πίνακες.

Οι συνοπτικοί πίνακες υποδιαιρούνται σε:

- α) *Απλής εισόδου*
- β) *Διπλής εισόδου*

α) Πίνακες απλής εισόδου (one-way table)

Π.χ. Ο πληθυσμός της Ελλάδας από το 1920 έως το 2011  
Εξέλιξη του πληθυσμού 1920-2011

| Χρονιά | Πληθυσμός  |
|--------|------------|
| 1920   | 5.016.886  |
| 1928   | 6.204.684  |
| 1940   | 7.344.860  |
| 1951   | 7.637.801  |
| 1961   | 8.388.553  |
| 1971   | 8.768.500  |
| 1981   | 9.739.500  |
| 1991   | 10.269.907 |
| 2001   | 10.934.097 |
| 2011   | 10.816.286 |

πηγή Ελ.Στατ.

Οι πίνακες αυτοί αναφέρονται στην παρουσίαση ενός φαινομένου από την άποψη μόνο ενός χαρακτηριστικού (μεταβλητής) και χρησιμοποιούνται συνήθως για συγκρίσεις και εξαγωγή συμπερασμάτων.

β) Πίνακες διπλής εισόδου ή πίνακες συνάφειας (cross-tabulation tables)

Οι πίνακες αυτοί μας δίνουν πληροφορίες για ένα πληθυσμό από την άποψη δύο μεταβλητών (ποσοτικών ή ποιοτικών). Γενικά αν πρόκειται για την μελέτη ενός πληθυσμού από την άποψη δύο ποσοτικών μεταβλητών π.χ. βάρος - ύψος.

**Παράδειγμα:** Η κατανομή της βαθμολογίας 4.961 μαθητών λυκείου θεωρητικής κατεύθυνσης στα Μαθηματικά και στην Έκθεση

| Βαθμοί στα Μαθηματικά | Βαθμοί στην έκθεση |     |       |       |     |     | ΣΥΝΟΛΟ |
|-----------------------|--------------------|-----|-------|-------|-----|-----|--------|
|                       | ≤ 3                | 4   | 5     | 6     | 7   | 8 ≤ |        |
| ≤ 3                   | 20                 | 51  | 53    | 20    | 2   |     | 146    |
| 4                     | 33                 | 134 | 246   | 115   | 15  |     | 543    |
| 5                     | 24                 | 205 | 551   | 489   | 84  | 8   | 1.361  |
| 6                     | 3                  | 114 | 551   | 746   | 230 | 34  | 1.678  |
| 7                     | 1                  | 17  | 176   | 453   | 247 | 47  | 941    |
| 8 ≤                   |                    | 1   | 22    | 104   | 124 | 41  | 292    |
| ΣΥΝΟΛΟ                | 81                 | 522 | 1.599 | 1.927 | 702 | 130 | 4.961  |

πηγή T. Salvemini, Lezioni Di Statistica ROMA 1974

Κατά τη σύνταξη των πινάκων είτε αυτοί είναι απλής εισόδου είτε διπλής ή πολλαπλής εισόδου θα πρέπει να τηρούνται οι παρακάτω προϋποθέσεις:

1. οι πίνακες να είναι απλοί
2. να διευκολύνονται οι συγκρίσεις
3. να δίνεται προσοχή σε ορισμένα χαρακτηριστικά στοιχεία
4. κάθε πίνακας πρέπει να έχει τίτλο επάνω
5. στο κάτω μέρος να αναφέρεται η πηγή
6. το κύριο σώμα του πίνακα να περιέχει στατιστικά στοιχεία που είναι δυνατό να αναφέρονται σε γεωγραφικές, χρονολογικές, ποιοτικές και ποσοτικές κατατάξεις.

### 3.3 Γραφικές παραστάσεις

Οι γραφικές παραστάσεις είναι το καλύτερο μέσο στατιστικής παρουσίασης γιατί δίνουν στους αφηρημένους αριθμούς μια συγκεκριμένη μορφή που μας διευκολύνει να έχουμε με τη βοήθεια ενός γεωμετρικού σχήματος μια άμεση αντίληψη της μορφής του φαινομένου το οποίο θέλουμε να μελετήσουμε.

Μια καλά σχεδιασμένη γραφική παράσταση μπορεί να γίνει κατανοητή και να διατηρηθεί στη μνήμη του αναγνώστη ευκολότερα από ένα αριθμητικό πίνακα. (Μια εικόνα χίλιες λέξεις).

Οι γραφικές παραστάσεις δεν πρέπει να έχουν πολλές λεπτομέρειες γιατί τότε χάνουν κάθε ενδιαφέρον. Οι λεπτομέρειες έχουν θέση μόνο στους αριθμητικούς πίνακες.

Όπως κάθε στατιστικός πίνακας έτσι και κάθε γραφική παράσταση πρέπει να περιλαμβάνει εκτός το σχέδιο και τα παρακάτω στοιχεία:

1. Τον τίτλο
2. Την κλίμακα των τιμών των μεγεθών που απεικονίζονται
3. Την ένδειξη των πηγών
4. Υπόμνημα το οποίο γράφεται συνήθως κάτω δεξιά από το σχήμα και εξηγεί τις διάφορες γραμμές που περιέχει η γραφική παράσταση

Τις γραφικές παραστάσεις τις διακρίνουμε σε τρεις βασικές κατηγορίες

(α) τα διαγράμματα (ραβδόγραμμα, χρονολογικά, κυκλικά κ.α.),

(β) τα χαρτογράμματα,

(γ) τα ειδογράμματα.

#### Διαγράμματα

Υπάρχουν πολλές κατηγορίες διαγραμμάτων. Για την κατασκευή τους χρειάζεται εκτός από τη γνώση των στατιστικών κανόνων, σχετική πείρα, δεξιότητες και φαντασία αυτού που κατασκευάζει το διάγραμμα. Τα περισσότερα είδη διαγραμμάτων που χρησιμοποιούνται στην πράξη είναι:

##### α) Τα ραβδογράμματα

Τα διαγράμματα αυτά χρησιμοποιούνται για τη γραφική απεικόνιση ποιοτικών μεταβλητών, ποσοτικών ασυνεχών μεταβλητών.

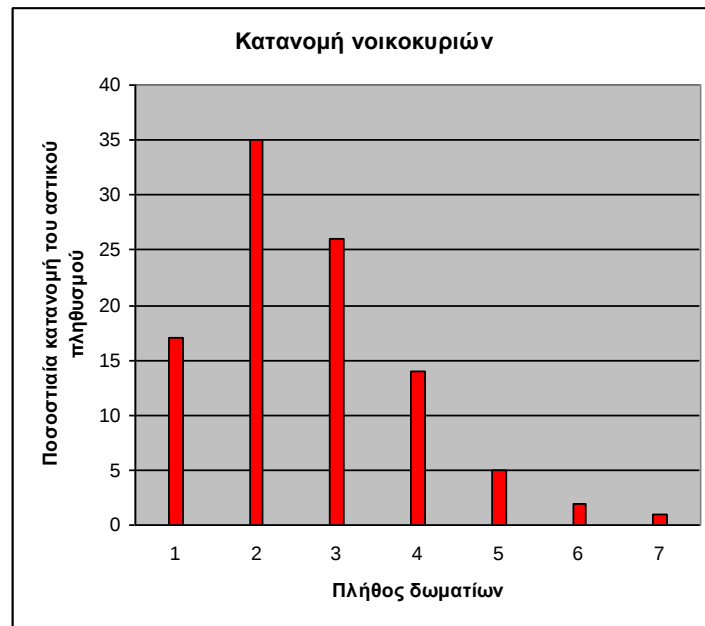
Η κατασκευή των ραβδοτών ή ακιδωτών διαγραμμάτων γίνεται με τη χάραξη στον οριζόντιο ή κάθετο άξονα ορθογωνίων παραλληλογράμμων το μήκος ή το ύψος των οποίων είναι ανάλογο με τους αριθμούς που αντιπροσωπεύουν.

**Παράδειγμα:** Η ποσοστιαία κατανομή των νοικοκυριών του αστικού πληθυσμού της χώρας μας σχετικά ως προς τον αριθμό δωματίων τους, έχει όπως ο παρακάτω πίνακας:

| Αριθμός<br>δωματίων ( $x_i$ ) | Ποσοστό<br>( $f_i$ %) |
|-------------------------------|-----------------------|
| 1                             | 17                    |
| 2                             | 35                    |
| 3                             | 26                    |
| 4                             | 14                    |
| 5                             | 5                     |
| 6                             | 2                     |
| 7                             | 1                     |
| ΣΥΝΟΛΟ                        | 100                   |

Να παρασταθούν τα δεδομένα με ακιδωτό διάγραμμα

Λύση:

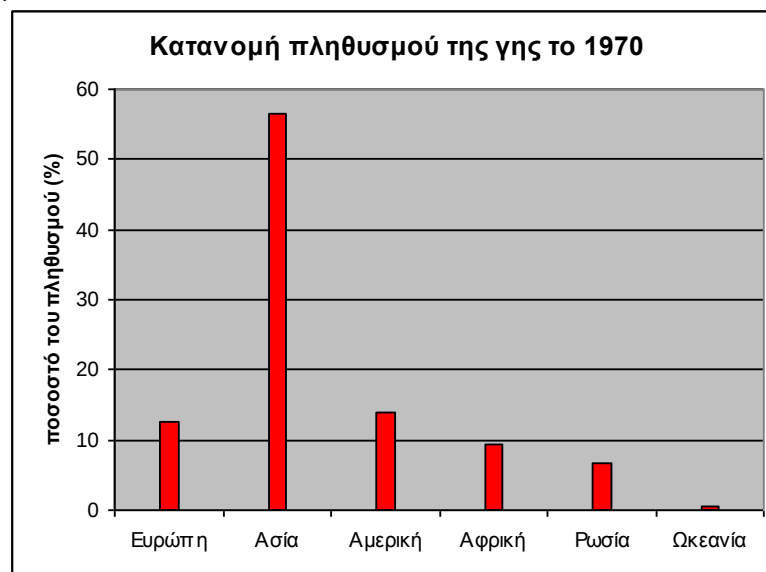


**Παράδειγμα:** Δίνεται η ποσοστιαία κατανομή του πληθυσμού της γης το 1970. Να απεικονιστούν τα δεδομένα με μορφή ακιδωτού διαγράμματος

| Περιοχές | Ποσοστό % |
|----------|-----------|
| Ευρώπη   | 12,7      |
| Ασία     | 56,5      |
| Αμερική  | 14,0      |
| Αφρική   | 9,5       |
| Ρωσία    | 6,7       |
| Ωκεανία  | 0,6       |
| Σύνολο   | 100,0     |

Στη συνέχεια, από κάθε περιοχή υψώνουμε ορθογώνια παραλληλόγραμμα παράλληλα προς τον άξονα y και με ύψη ίσα προς τα αντίστοιχα ποσοστά.

Επομένως, η γραφική απεικόνιση του παραπάνω πίνακα θα είναι όπως φαίνεται στο διάγραμμα



### **β) Τα χρονολογικά διαγράμματα**

Τα διαγράμματα αυτά χρησιμοποιούνται για τη γραφική παράσταση χρονολογικών σειρών (με αυτές θα ασχοληθούμε το επόμενο εξάμηνο).

Χρονολογική σειρά είναι μια σειρά παρατηρήσεων που παίρνονται συνήθως σε **ίσα χρονικά** διαστήματα, π.χ. ο πυρετός των ασθενών που παρακολουθείται κάθε ώρα στα νοσοκομεία, η καθημερινή τιμή των μετοχών, η θερμοκρασία που σημειώνεται κάθε ώρα από τη μετεωρολογική υπηρεσία, οι γεννήσεις και οι θάνατοι κατά την τελευταία δεκαετία, τα κέρδη μιας επιχείρησης κατά τη διάρκεια μιας χρονικής περιόδου κ.λπ.

Για τη γραφική παράσταση μιας χρονολογικής σειράς, τοποθετούμε στον οριζόντιο άξονα των ορθογώνιων συντεταγμένων τις χρονικές στιγμές (ώρες, μέρες, εβδομάδες, μήνες, χρόνια κ.λπ.) και στον κάθετο άξονα τις τιμές της μεταβλητής που θέλουμε να μελετήσουμε.

Τα χρονοδιαγράμματα κατασκευάζονται ή σε μορφή ορθογώνιων παραλληλόγραμμων ή σε μορφή τεθλασμένης γραμμής. Τα χρονοδιαγράμματα θεωρούνται πολύ χρήσιμα για τη χρονική σύγκριση δύο ή περισσότερων μεταβλητών.

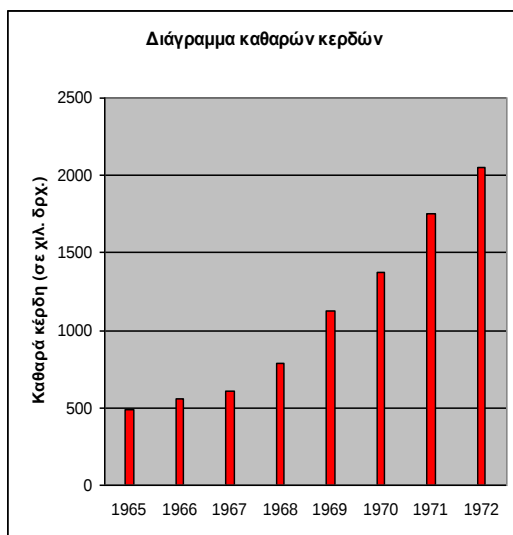
**Παράδειγμα:** Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται τα καθαρά κέρδη (σε χιλιάδες δραχμές) μιας επιχείρησης κατά τη διάρκεια 1965-1972.

| Χρόνια | 1965 | 1966 | 1967 | 1968 | 1969  | 1970  | 1971  | 1972  |
|--------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| Κέρδη  | 490  | 554  | 607  | 782  | 1.130 | 1.375 | 1.750 | 2.050 |

Να παρασταθούν τα δεδομένα του πίνακα αυτού με μορφή ορθογώνιων (ακιδωτό διάγραμμα) και σε μορφή τεθλασμένης γραμμής..

Λύση:

Τα διάγραμμα, και σε μορφή ορθογώνιων παραλληλογράμμων και σε μορφή τεθλασμένης, της παραπάνω χρονολογικής σειράς, είναι τα παρακάτω:

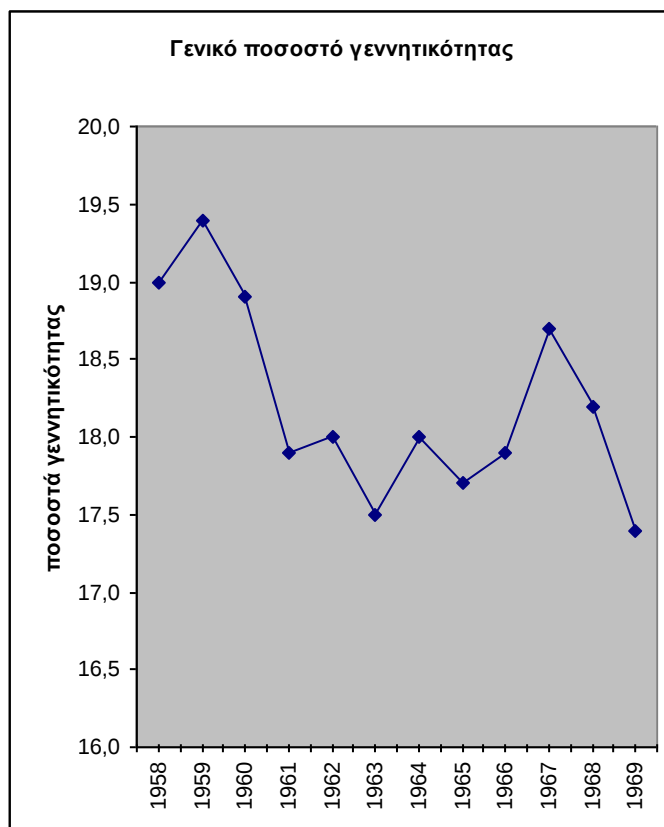


**Παράδειγμα:** Στον παρακάτω πίνακα δίνεται το γενικό ποσοστό γεννητικότητας στην Ελλάδα κατά τη διάρκεια των ετών 1958-1969

| Έτος | Ποσοστό<br>γεννητικότητας |
|------|---------------------------|
| 1958 | 19,0                      |
| 1959 | 19,4                      |
| 1960 | 18,9                      |
| 1961 | 17,9                      |
| 1962 | 18,0                      |
| 1963 | 17,5                      |
| 1964 | 18,0                      |
| 1965 | 17,7                      |
| 1966 | 17,9                      |
| 1967 | 18,7                      |
| 1968 | 18,2                      |
| 1969 | 17,4                      |

Να παρασταθούν τα δεδομένα του πίνακα αυτού με τη μορφή χρονολογικού διαγράμματος.

Λύση:

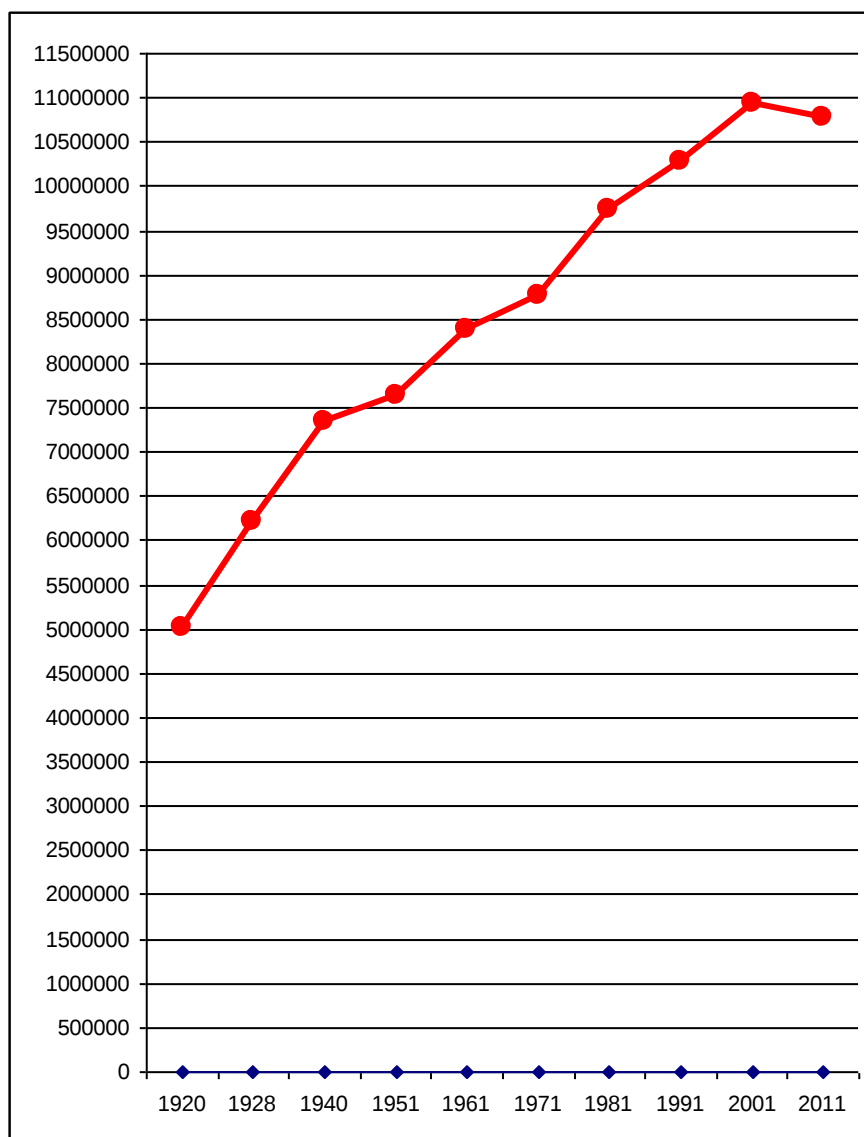


**Παράδειγμα:** Ο πληθυσμός της Ελλάδας από το 1920 έως το 2011  
Εξέλιξη του πληθυσμού 1920-2011

| Χρονιά | Πληθυσμός  |
|--------|------------|
| 1920   | 5.016.886  |
| 1928   | 6.204.684  |
| 1940   | 7.344.860  |
| 1951   | 7.637.801  |
| 1961   | 8.388.553  |
| 1971   | 8.768.500  |
| 1981   | 9.739.500  |
| 1991   | 10.269.907 |
| 2001   | 10.934.097 |
| 2011*  | 10.787.690 |

πηγή Ε.Σ.Υ.Ε. (\* τα δεδομένα είναι τα προσωρινά)

Να παρασταθούν τα δεδομένα του πίνακα αυτού με τη μορφή χρονολογικού διαγράμματος.



### γ) Κυκλικά διαγράμματα

Τα κυκλικά διαγράμματα χρησιμοποιούνται για τη γραφική απεικόνιση καταστάσεων που αναφέρονται σε **ορισμένη χρονική στιγμή**.

Παρουσιάζουν τα δεδομένα με ένα κύκλο χωρισμένο σε κυκλικά τμήματα τα οποία αναφέρονται σε μια κατηγορία του χαρακτηριστικού ή της μεταβλητής και το κάθε τμήμα έχει τόξο  $\alpha_i$  ανάλογο της αντίστοιχης συχνότητας ή του ποσοστού, δηλαδή:

$$\alpha_i = \frac{f_i}{N} \cdot 360^\circ = 360^\circ \cdot \text{ποσοστό } (\%), \text{ για } i = 1, 2, 3, \dots$$

Εφαρμόζεται συχνά στη περίπτωση ποιοτικών μεταβλητών και όταν παρουσιάζονται οι τιμές ποσοτικών μεταβλητών με ποσοστά.

**Παράδειγμα:** Στον πίνακα που ακολουθεί δίνεται η ποσοστιαία κατανομή του ελληνικού πληθυσμού κατά περιοχές, σύμφωνα με την απογραφή του 1971.

| Περιοχές   | Πληθυσμός |
|------------|-----------|
| Αστικές    | 4.667.489 |
| Ημιαστικές | 1.028.769 |
| Αγροτικές  | 3.072.383 |
| Σύνολο     | 8.768.641 |

Να παρασταθούν τα δεδομένα με μορφή κυκλικού διαγράμματος.

Λύση:

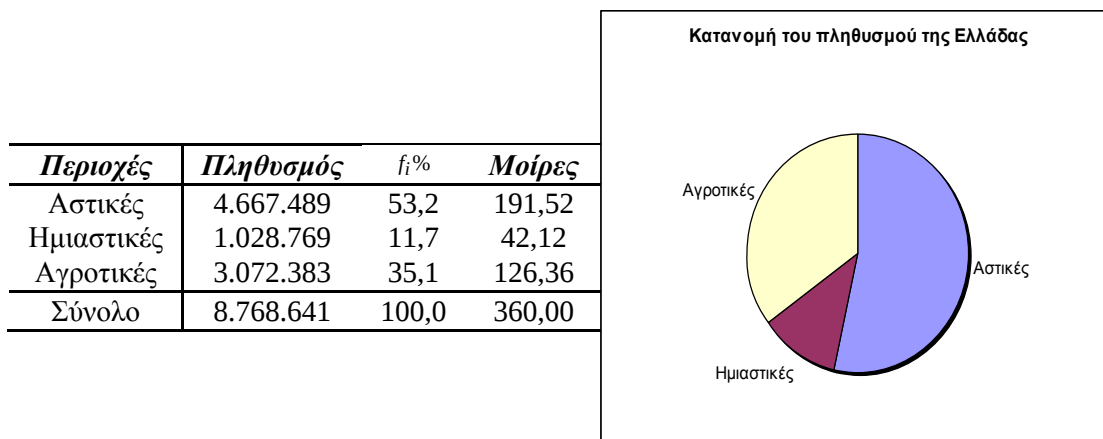
Για να απεικονίσουμε τα στοιχεία του πιο πάνω πίνακα με μορφή κυκλικού διαγράμματος, εργαζόμαστε ως εξής:

α) Μετατρέπουμε τον αστικό, ημιαστικό και αγροτικό πληθυσμό της χώρας σε ποσοστά επί του συνολικού πληθυσμού.

β) Με δεδομένο ότι το ολικό εμβαδόν του κύκλου θα παρουσιάζει το συνολικό πληθυσμό της χώρας, ο πληθυσμός κάθε περιοχής (αστικός, ημιαστικός, αγροτικός) θα παρουσιάζεται με κυκλικό τομέα. Για το λόγο αυτό, μοιράζουμε τις  $360^\circ$  μοίρες του κύκλου σε μέρη ανάλογα των ποσοστών.

γ) Κατασκευάζουμε κύκλο με τυχαία ακτίνα, π.χ.  $\rho = 3 \text{ cm}$ , επάνω στην περιφέρεια παίρνουμε τόξα αντίστοιχα  $191,52^\circ$ ,  $42,12^\circ$  και  $126,36^\circ$ , στη συνέχεια σχηματίζουμε τους κυκλικούς τομείς που αντιστοιχούν στον πληθυσμό κάθε περιοχής.

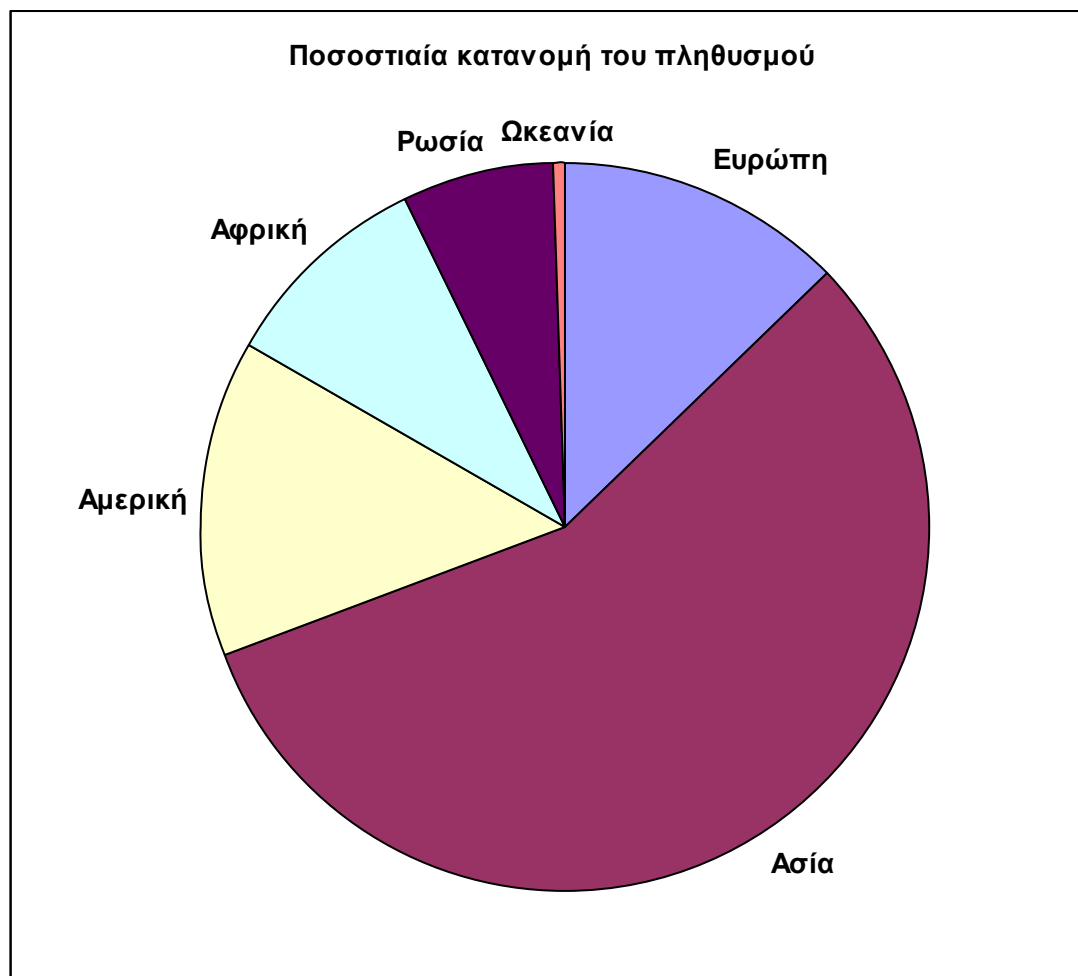
Με βάση τα πιο πάνω, σχηματίζουμε πρώτα τον πίνακα που θα μας βοηθήσει και μετά κατασκευάζουμε το ζητούμενο κυκλικό διάγραμμα



**Παράδειγμα:** Δίνεται η ποσοστιαία κατανομή του πληθυσμού της γης το 1970. Να απεικονιστούν τα δεδομένα με μορφή κυκλικού διαγράμματος.

| Περιοχές | Ποσοστό % |
|----------|-----------|
| Ευρώπη   | 12,7      |
| Ασία     | 56,5      |
| Αμερική  | 14,0      |
| Αφρική   | 9,5       |
| Ρωσία    | 6,7       |
| Ωκεανία  | 0,6       |
| Σύνολο   | 100,0     |

Επομένως, η γραφική απεικόνιση του παραπάνω πίνακα θα είναι όπως φαίνεται στο παρακάτω κυκλικό διάγραμμα



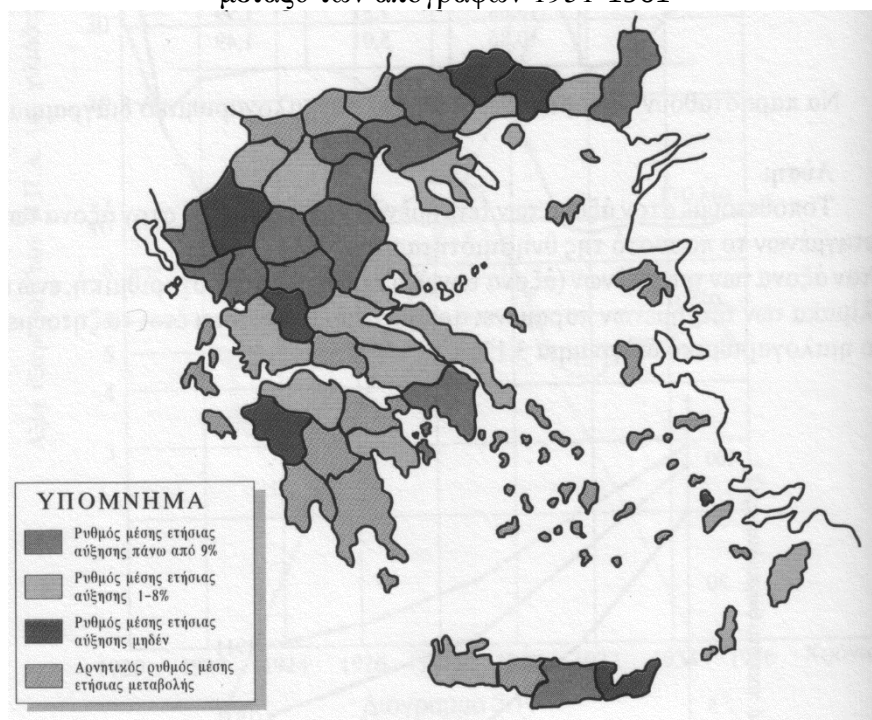
Τι παρατηρείτε; Τα ίδια δεδομένα είχαν παρουσιαστεί και με ραβδωτό διάγραμμα. Ποιος τρόπος είναι ο καταλληλότερος για την παρουσίαση αυτών των δεδομένων;  
Απάντηση: Επειδή η στατιστική μεταβλητή που μελετούμε (δηλαδή το χαρακτηριστικό) είναι ποιοτική χωρίς να υπάρχει διάταξη μεταξύ των τιμών της. Το γράφημα πάνω σε σύστημα συντεταγμένων, όπως παρουσιάστηκε πριν μπορεί να προκαλέσει σύγχυση στον αναγνώστη, γιατί σε αυτό οι τιμές (οι χώρες δηλαδή) είναι σαν να διατάσσονται, πράγμα παράλογο. Το κυκλικό διάγραμμα στην περίπτωση αυτή είναι ο πιο κατάλληλος τρόπος παρουσίασης.

### Χαρτογράμματα

Τα χαρτογράμματα είναι γραφικές παραστάσεις στατιστικών στοιχείων σε γεωγραφικούς ή τοπογραφικούς χάρτες.

Για να παραστήσουμε τις τιμές της μεταβλητής του φαινομένου το οποίο θέλουμε να μελετήσουμε στις διάφορες περιοχές, χρωματίζουμε στο χάρτη τις διάφορες περιοχές, ανάλογα με την τιμή της μεταβλητής, με διάφορα χρώματα. Κάτω από το χαρτόγραμμα (δεξιά ή αριστερά) γράφουμε το υπόμνημα που αναφέρει τι συμβολίζει κάθε χρωματισμός. Π.χ. στο χαρτόγραμμα που ακολουθεί δίνεται η αυξομείωση του πληθυσμού της χώρας κατά νομούς μεταξύ των απογραφών 1951-1961.

Ρυθμός μέσης ετήσιας αύξησης κατά νομούς  
μεταξύ των απογραφών 1951-1961



## Ειδογράμματα

Τα ειδογράμματα είναι διάφορα σχήματα σε μορφή προσώπων πραγμάτων και χρησιμοποιούνται πάρα πολύ γιατί θεωρούνται, ως μέσα, πολύ εκφραστικά ενός φαινομένου και μπορεί ο αναγνώστης να συγκρατήσει την εικόνα τους ευκολότερα στη μνήμη του. Παράλληλα με τα ειδογράμματα διευκολύνεται και η σύγκριση δύο ή περισσότερων μεγεθών.

Π.χ. στο παρακάτω σχήμα δίνεται με μορφή ειδογράμματος η κατανομή των πωλήσεων των αυτοκινήτων σε διάστημα του πρώτου 8μήνου του 2012 συγκριτικά με τις αντίστοιχες πωλήσεις του 2011. Τα δεδομένα είναι του Συνδέσμου Εισαγωγέων Αντιπροσώπων Αυτοκινήτων.

### Ειδόγραμμα και πίνακας δεδομένων των πωλήσεων αυτοκινήτων

|             |      |                                                                                    |        |
|-------------|------|------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| Ιανουάριος  | 2011 |  | 9.747  |
|             | 2012 |  | 8.451  |
| Φεβρουάριος | 2011 |  | 6.989  |
|             | 2012 |   | 3.827  |
| Μάρτιος     | 2011 |  | 8.531  |
|             | 2012 |   | 4.901  |
| Απρίλιος    | 2011 |  | 10.192 |
|             | 2012 |   | 4.409  |
| Μάιος       | 2011 |  | 10.076 |
|             | 2012 |   | 5.314  |
| Ιούνιος     | 2011 |  | 9.741  |
|             | 2012 |   | 5.527  |
| Ιούλιος     | 2011 |  | 9.940  |
|             | 2012 |   | 5.757  |
| Αύγουστος   | 2011 |  | 7.297  |
|             | 2012 |   | 3.886  |

### Ειδόγραμμα για το σχέδιο αύξησης των επαγγελματιών οπλιτών στο Ρωσικό στρατό



Προβλεπόμενος αριθμός στο τέλος του έτους σε χιλιάδες άτομα. Συνολικός αριθμός των ενόπλων δυνάμεων είναι 1 εκατομμύριο

### 3.4 Στατιστικές εκθέσεις ή αναφορές

Εκτός από τους στατιστικούς πίνακες ή τις γραφικές παραστάσεις άλλος τρόπος παρουσίασης στατιστικών στοιχείων, ανάλογα με το σκοπό που επιδιώκουμε, είναι οι εκθέσεις ή αναφορές που σχολιάζουν την σημασία των αποτελεσμάτων, γίνονται οι παρατηρήσεις απ' αυτόν που έκανε την έκθεση και συχνά περιέχουν σύντομες σημειώσεις στην στατιστική τεχνική που ακολούθησε η έρευνα.

Ο τρόπος αυτός έχει πολλά μειονεκτήματα γιατί ο αναγνώστης είναι υποχρεωμένος να διαβάζει εκθέσεις πολύ προσεκτικά για να μπορεί να συγκρατεί διάφορα αριθμητικά στοιχεία και να συγκρατήσει στη μνήμη του αυτά που τον ενδιαφέρουν.

Συνήθως μέσα στο κείμενο των εκθέσεων δημοσιεύονται και περιληπτικοί πίνακες.

#### Άσκηση:

Ο παρακάτω πίνακας δίνει τον αριθμό των εργατών μιας βιομηχανικής επιχείρησης σύμφωνα με το επίπεδο ειδίκευσής τους:

| Επίπεδο<br>ειδίκευσης | Αριθμός<br>εργαζομένων |
|-----------------------|------------------------|
| Ειδικευμένοι          | 50                     |
| Ημειδικευμένοι        | 25                     |
| Ανειδίκευτοι          | 25                     |

Να απεικονιστούν τα παραπάνω δεδομένα

1. Με κυκλικό διάγραμμα
2. Με ραβδόγραμμα